

### Вариант 1

1. (2 балла) Докажите, что в выражении  $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$  знак «\*» можно заменить знаками «+» или «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 26 красных, 31 синяя и 16 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 + x + 1.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[ \frac{5+6x}{8} \right] = \frac{15x-7}{5},$$

где символом  $[a]$  обозначена целая часть числа  $a$ .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны  $\frac{15}{7}$

и  $\sqrt{21}$ , а косинус угла между ними равен  $\frac{2}{5}$ .

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0

Рис.1.

### Вариант 2

1. (2 балла) Докажите, что в выражении  $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$  знак «\*» можно заменить знаками «+» или «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 47 красных, 40 синяя и 53 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 - x + 2.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[ \frac{9x-4}{6} \right] = \frac{12x+7}{4},$$

где символом  $[a]$  обозначена целая часть числа  $a$ .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны 3 и  $2\sqrt{7}$ , а косинус угла между ними равен  $-\frac{3}{4}$ .

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

(	7	7	7	7	0	0	0	0	0	0	)
6	6	6	6	1	1	1	1	1	1	1	)
5	5	5	5	2	2	2	2	2	2	2	)
4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	3	)
3	3	3	3	4	4	4	4	4	4	4	)
2	2	2	2	5	5	5	5	5	5	5	)
1	1	1	1	6	6	6	6	6	6	6	)
0	0	0	0	7	7	7	7	7	7	7	)

Рис.1.

### Вариант 3

1. (2 балла) Докажите, что в выражении  $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$  знак «\*» можно заменить знаками «+» или «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 62 красных, 48 синяя и 63 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 - x + 1.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[ \frac{8x-4}{7} \right] = \frac{12x+3}{5},$$

где символом  $[a]$  обозначена целая часть числа  $a$ .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны 4,9 и  $3\sqrt{10}$ , а косинус угла между ними равен  $\frac{3}{7}$ .

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
7	6	5	4	3	2	1	0
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7
0	1	2	3	4	5	6	7

Рис.1.

### Вариант 4

1. (2 балла) Докажите, что в выражении  $2012^2 * 2011^2 * 2010^2 * \dots * 2^2 * 1^2$  знак «\*» можно заменить знаками «+» или «-» так, чтобы полученное выражение равнялось 2012.

2. (3 балла) В луже живут амёбы трех видов: красные, синие и желтые. Время от времени любые две амёбы разных видов могут слиться в одну амёбу третьего вида. Известно, что утром в луже было 45 красных, 73 синяя и 66 желтых амёб, а вечером осталась одна амёба. Какого она цвета?

3. (4 балла) Найдите все целые решения уравнения:

$$y^2 = x^2 + x + 2.$$

4. (4 балла) Решите уравнение:

$$\left[ \frac{7x-3}{5} \right] = \frac{17x-9}{6},$$

где символом  $[a]$  обозначена целая часть числа  $a$ .

5. (4 балла) Найдите площадь треугольника, если две его медианы равны  $\frac{12}{7}$

и  $\sqrt{7}$ , а косинус угла между ними равен  $-\frac{3}{4}$ .

6. (5 баллов) На шахматную доску нанесены числа (см. рис. 1). Сколько существует расстановок 8 ладей, не бьющих друг друга, при которых на местах, занимаемых ладьями, встречаются все числа от 0 до 7?

0	0	0	0	7	7	7	7
1	1	1	6	6	6	6	6
2	2	2	5	5	5	5	5
3	3	3	4	4	4	4	4
4	4	4	3	3	3	3	3
5	5	5	2	2	2	2	2
6	6	6	1	1	1	1	1
7	7	7	0	0	0	0	0

Рис.1.